

导频序列长度对多用户大规模 MIMO FDD 系统速率的性能影响及优化

王毅^{1,2}, 马鹏阁¹, 黄开枝², 李春国³, 黄永明³, 杨绿溪³

(1. 郑州航空工业管理学院电子通信工程学院, 河南 郑州 450046; 2. 国家数字交换系统工程技术研究中心, 河南 郑州 450002;
3. 东南大学信息科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

摘要: 针对多用户大规模 MIMO FDD 下行链路系统, 分析了导频序列长度随基站天线数变化时对系统下行遍历速率的渐进性能影响。利用确定性等价原理, 推导出遍历速率的解析表达式, 基于此分析得出: 归一化导频开销(导频序列长度与天线数之比)趋近于 0 时, 仍可满足传输速率随基站天线数增加而无限增加; 固定导频序列长度而只增加基站天线数, 系统传输速率将出现饱和效应。进一步地, 在有限的信道相干时间内, 以系统和速率最大化为目标来优化导频序列长度, 并在特殊相关信道模型下, 借助于 Lambert W 函数, 推导最优导频序列长度的闭式解。仿真结果验证了理论分析的正确性和最优导频序列闭式解的有效性。

关键词: 大规模多输入多输出; 频分双工; 导频序列长度; 下行速率; 渐进性能

中图分类号: TN92

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2018120

Effects and optimization of pilot sequence length on rate in multiuser massive MIMO FDD system

WANG Yi^{1,2}, MA Pengge¹, HUANG Kaizhi², LI Chunguo³, HUANG Yongming³, YANG Lyuxi³

1. School of Electronics and Communication Engineering, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450046, China

2. National Digital Switching System Engineering and Technological Research Center, Zhengzhou 450002, China

3. School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China

Abstract: The effect of pilot sequence length on the asymptotic performance of the ergodic rate was investigated for the multiuser massive multiple-input multiple-output (MIMO) frequency division duplexing (FDD) downlink system. Firstly, the analytical expression of the ergodic rate was derived by using the principle of deterministic equivalence, based on which, it was discovered from the analytical results in two-fold that the normalized pilot sequence length (defined as the pilot sequence length divided by the number of BS antennas) tends to zero yet the rate was guaranteed to grow large without limit as long as the BS antenna number continues to increase, the rate saturates to a certain level if the BS antenna number becomes large with fixed pilot sequence length. Moreover, the pilot sequence length was optimized based on the sum-rate maximization within a finite channel coherence time, and a closed-form solution was deduced under a special correlated channel by means of Lambert W function. Simulation results validate the correctness of the theoretical analysis results and verify the effectiveness of the proposed closed-form solution of the optimal pilot sequence length.

Key words: massive MIMO, FDD, pilot sequence length, downlink rate, asymptotic analysis

收稿日期: 2017-11-27; 修回日期: 2018-05-25

通信作者: 王毅, yiwang@zua.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61372101, No.61671144, No.61701538, No.U1404615); 中央军委十三五预研基金资助项目 (No.6140311030207); 中国博士后科学基金资助项目 (No.2018M633733); 河南省高校科技创新团队支持计划基金资助项目 (No.17IRTSTHN014); 河南省科技攻关计划基金资助项目 (No.182102210449); 河南省高等学校重点科研基金资助项目 (No.19A510024); 江苏省高校自然科学研究面上项目 (No.16KJB510008)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61372101, No.61671144, No.61701538, No. U1404615), Central Military Commission Advance Research Fund (No.6140311030207), China Postdoctoral Science Foundation Project (No.2018M633733), The Science and Technology Innovation Teams of Henan Province for Colleges and Universities (No.17IRTSTHN014), The Scientific and Technological Key Project of Henan Province (No.182102210449), The Key Project of Henan Province for Colleges and Universities (No.19A510024), The Natural Science Research Project of Jiangsu Province for Colleges and Universities (No.16KJB510008)

1 引言

无线数据业务量的迅猛增加以及无线传输场景的多样化应用需求对 5G 系统提出了千倍容量提升、极低端到端时延、高速移动应用、海量设备接入以及高效等多方面的指标要求^[1-2]。为了实现 5G 系统的这些核心技术指标，产业界与学术界也提出了众多备选技术^[3-5]，其中，大规模多输入多输出 (massive MIMO, massive multiple-input multiple-output) 技术深入挖掘潜在的空间维度资源，通过在基站配备比现有多天线系统 (如 4G LTE-A) 高若干数量级的天线阵列 (几十到几百甚至上千根天线) 来同时服务多个用户，在不增加额外的时间、频率和功率资源条件下，便可在频谱效率、能效、多用户干扰消除、空间分辨率以及上层调度等方面获得巨大的性能优势^[6-9]。也正因为如此，大规模 MIMO 技术一经提出便吸引了无线通信产业界和研究机构的众多目光，并被普遍认为是 5G 系统的物理层关键技术之一^[7]。

值得注意的是，大规模 MIMO 技术所带来的这些性能提升是以基站获得良好的信道状态信息 (CSI, channel state information) 为前提的^[6-9]，而信道估计作为获取 CSI 的重要环节，将影响着整个系统的性能。针对通信系统的 2 种传统双工制式，即时分双工 (TDD, time division duplexing) 和频分双工 (FDD, frequency division duplexing)，大规模 MIMO 在获取 CSI 时所采用的信道估计方案以及所产生的导频开销也是截然不同的^[6]。在 TDD 制式下，由于上下行信道满足互易性条件，可通过用户发送上行导频信号，基站端接收后再进行信道估计，由此获得下行信道 CSI。因此，正交导频序列的长度将与用户数成正比，而与天线数无关，其导频开销较小^[8]。而对于 FDD 制式，由于上下行信道不再满足互易性，只能通过基站发送导频序列，用户进行信道估计，随后用户再将 CSI 反馈至基站。由此，正交导频序列长度将与基站天线数成正比，从而产生巨大的系统开销，这将对系统的有效信息传输造成巨大的浪费^[8]。这也是大规模 MIMO 技术在提出之初，众多研究人员将主要研究放在 TDD 制式的一个重要原因^[9-12]。然而，在 TDD 制式下，大规模 MIMO 系统所受到的导频污染、上下行信道校准误差以及硬件损伤等都严重影响其性能。而 FDD 制式下，系统可提供较 TDD 系统中所没有的特殊优势，如低时延、对称业

务等^[13]。与此同时，在现行的蜂窝通信体制中，主要采用的双工制式仍是 FDD。从全球范围内各国颁发的 4G 牌照来看，针对 FDD 制式的牌照超过 300 多张，而 TDD 制式的牌照仅有 50 余张^[14-15]。因此，考虑到 4G 到 5G 系统的平滑演进和过渡，解决 FDD 制式下大规模 MIMO 技术中存在的导频开销问题将具有十分重要的理论价值和工程意义。因此，国内外研究机构也逐渐将目光聚焦于大规模 MIMO FDD 系统的研究中来。

虽然大规模 MIMO FDD 系统中的 CSI 获取面临着较大的困难，但是国内外学者已经从信道估计方案、导频信号、量化反馈以及预编码设计等不同方面进行了研究，并取得了一些初步成果。文献[16]在密集用户场景下，提出了基于信道统计信息的降维信道双层预编码方案。该方案利用密集用户中存在相同或相近信道协方差阵这一特性，将不同用户进行分组，利用组间信道协方差阵的正交性消除组间干扰，从而降低了组内用户的信道估计导频开销。Dai 等^[17]通过挖掘无线信道的时—空二维稀疏性，研究了基于压缩感知低开销信道估计和反馈方案。文献[18-19]针对单用户大规模 MIMO FDD 系统分别研究了基于均方误差最小化和接收信噪比最大化的导频信号优化方案。文献[20]则从无线信道的角度域出发，研究设计了低开销的导频信号和信道估计方案。然而，现有针对大规模 MIMO FDD 系统的研究，大多是在给定导频序列长度的条件下来优化设计导频信号或预编码方案，而针对导频序列长度在系统性能中的影响所进行的分析尚未见到，且导频序列长度是大规模 MIMO FDD 系统中的一个重要开销指标。

基于上述分析，本文将针对多用户大规模 MIMO FDD 系统，研究导频序列长度对下行传输速率的极限性能影响，并在考虑导频序列开销与有效数据发送时长折中的情况下，对导频序列长度进行优化。首先，建立导频序列长度与基站天线数的不同增长速率变化关系，在基站采用最大比发送 (MRT, maximum ratio transmission) 预编码时，分析得出系统传输速率的渐进极限性能，并给出满足系统速率持续增长要求的导频序列长度与天线数定量关系式。进一步地，利用随机矩阵理论中的确定性等价原理，推导得出包含导频序列长度的下行传输速率解析表达式。基于此，考虑到实际系统中有限的信道相干时间，以最大化系统和速率为目

标, 优化导频序列长度, 使信道估计和有效数据传输的时长资源得到有效分配, 并在特殊信道相关阵条件下, 利用 Lambert W 函数, 推导出最优导频序列的闭合形式解。最后, 利用蒙特卡洛数值仿真对本文的理论结果进行验证, 并对所提出的最优导频序列长度闭式解进行验证。

文中符号说明: $(\cdot)^H$ 、 $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^*$ 分别表示矩阵或向量的共轭转置、转置和共轭 3 种运算。 $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 表示期望运算。 $\text{Tr}\{\cdot\}$ 表示矩阵的迹。 $\text{diag}\{\mathbf{x}\}$ 表示以向量 \mathbf{x} 为对角元素的对角阵。 $\mathbf{U}_{(1:L)}$ 表示由矩阵 \mathbf{U} 的第 1 列到第 L 列所组成的子矩阵。 $\mathcal{CN}(\mathbf{n}, \mathbf{R})$ 表示均值向量为 \mathbf{n} 协方差阵为 \mathbf{R} 的循环对称复高斯随机分布。 $|\cdot|$ 、 $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_F$ 分别表示绝对值 (或复数模)、谱范数和 Frobenius 范数。 $\xrightarrow{\text{a.s.}}$ 表示几乎确定收敛。

2 系统模型与问题描述

考虑如图 1 所示的多用户大规模 MIMO 下行系统, 该系统包含一个配备大规模天线阵列的基站和 K 个单天线用户, 其中, 基站天线数为 M , 且 $M \gg K > 1$, 整个系统采用 FDD 制式。假设信道服从瑞利衰落, 且具有长度为 T_c (以符号长度计) 的信道相干时间, 在相干时长内信道系数保持准静止。

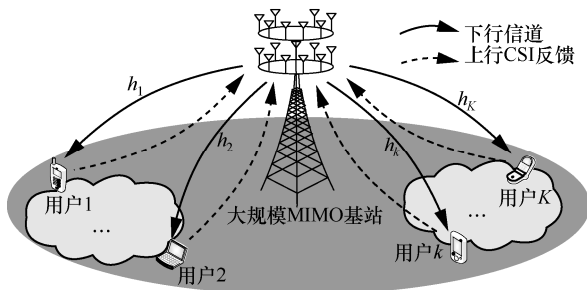


图 1 多用户大规模 MIMO FDD 下行系统

与 TDD 制式不同的是, 在每个信道相干时长内, FDD 制式中下行数据传输要通过 3 个步骤来完成, 即下行信道估计、上行信道信息反馈和下行数据预编码发送。首先, 假设基站分配前 $L (1 \leq L \ll M)$ 个符号用于从 M 根天线上发送导频信号, 则由导频序列组成的空时信号矩阵可以表示为 $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times L}$, 且导频矩阵满足等功率列正交特性^[21], 即 $\Phi^H \Phi = \mathbf{I}_L$, 则 K 个用户接收到的导频信号为

$$\mathbf{Y}_p = \sqrt{\rho_p} \Phi^H \mathbf{H} + \mathbf{N}_p \quad (1)$$

其中, ρ_p 表示每一列导频信号的平均发射功率, $\mathbf{Y}_p = [\mathbf{y}_{p,1}, \mathbf{y}_{p,2}, \dots, \mathbf{y}_{p,K}] \in \mathbb{C}^{L \times K}$, 且 $\mathbf{y}_{p,k}$ 表示第 k 个用户接收到的导频信号, $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_K] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 表示基站到 K 个用户的信道矩阵, 且 \mathbf{h}_k 表示基站与第 k 个用户之间的信道系数向量, $\mathbf{N}_p = [\mathbf{n}_{p,1}, \mathbf{n}_{p,2}, \dots, \mathbf{n}_{p,K}] \in \mathbb{C}^{L \times K}$ 表示 K 个用户各自叠加的零均值单位方差复加性高斯白噪声, 且 $\mathbf{n}_{p,k} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_L)$ 。考虑到基站大规模天线阵列的尺寸限制, 阵元之间的间距较小, 且由于基站位置较高、周围散射体不充分, 因此基站天线之间存在发射相关性。采用克罗内克相关信道模型对下行信道矩阵进行建模, 可以得到

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \overline{\mathbf{H}} \quad (2)$$

其中, $\overline{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 的所有元素是独立同分布循环对称复高斯随机变量, 且具有零均值和单位方差, $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 表示基站端的发射相关阵, 此处包含了所有用户经历相同的发射端天线相关性这一假设条件。该条件是从最差多用户分集 (worst-case multi-user diversity) 场景来考虑, 并且在 5G 密集用户分布场景下, 以很大概率存在经历相同或相近发送相关信道的用户集^[16]。对信道相关阵进行特征值分解可得

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{U}^H \quad (3)$$

其中, $\mathbf{A} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\}$ 表示由相关阵 \mathbf{R} 的特征值所组成的对角阵, 且对角元素满足降序排列, 即 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M \geq 0$, \mathbf{U} 是由 \mathbf{R} 的特征向量组成的酉矩阵, 此处假设信道能量归一化, 即 $\text{Tr} \mathbf{R} = M$ 。

由于各用户在地理上是分散的, 收到导频信号后独立进行信道估计, 而非采用联合估计。因此, 第 k 个用户将基于接收到的导频信号 $\mathbf{y}_{p,k}$ 进行信道估计。假设各用户采用最小均方误差 (MMSE, minimum mean squared error) 估计器估计下行信道, 根据标准的 MMSE 估计算法^[9-10], 则第 k 个用户的信道估计向量为

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \mathbb{E}\{\mathbf{h}_k | \mathbf{y}_{p,k}\} = \sqrt{\rho_p} \mathbf{R} \Phi (\rho_p \Phi^H \mathbf{R} \Phi + \mathbf{I}_L)^{-1} \mathbf{y}_{p,k} \quad (4)$$

其中, $\hat{\mathbf{h}}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \Psi)$, 且 $\Psi = \mathbb{E}\{\hat{\mathbf{h}}_k \hat{\mathbf{h}}_k^H\} = \mathbf{R} \Phi \cdot$

$$(\Phi^H \mathbf{R} \Phi + \rho_p^{-1} \mathbf{I}_L)^{-1} \Phi^H \mathbf{R}.$$

根据 MMSE 估计的正交性原理^[9-10], 信道向量

\mathbf{h}_k 可分解为估计向量与误差向量之和，即 $\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \tilde{\mathbf{h}}_k$ ，其中， $\tilde{\mathbf{h}}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R} - \boldsymbol{\Psi})$ 为误差向量，且 $\tilde{\mathbf{h}}_k$ 与 $\hat{\mathbf{h}}_k$ 相互统计独立^[9-10]。此时，可以得到衡量信道估计精确度的归一化均方误差（MSE, mean squared error）性能为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\boldsymbol{\Phi}) &= \frac{\mathbb{E}\left\{\left\|\mathbf{h}_k - \hat{\mathbf{h}}_k\right\|^2\right\}}{\mathbb{E}\left\{\left\|\mathbf{h}_k\right\|^2\right\}} \\ &= \frac{1}{M} \text{Tr}\left\{\mathbf{R} - \mathbf{R}\boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{\Phi}^H\mathbf{R}\boldsymbol{\Phi} + \rho_p^{-1}\mathbf{I}_L\right)^{-1}\boldsymbol{\Phi}^H\mathbf{R}\right\} \end{aligned} \quad (5)$$

从式(5)可以看到，信道估计的精度与导频矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ （包括导频结构和导频长度）和导频功率 ρ_p 具有直接关系。为使信道估计的 MSE 性能最佳，即 $\min_{\boldsymbol{\Phi}^H\boldsymbol{\Phi}=\mathbf{I}_L} \text{MSE}(\boldsymbol{\Phi})$ ，根据文献[21]定理 1 可知，最优导频矩阵为 $\boldsymbol{\Phi}^{\text{opt}} = \mathbf{U}_{(1:L)}$ ，即 $\boldsymbol{\Phi}^{\text{opt}}$ 的列向量对准到发射相关阵 \mathbf{R} 的前 L 个强特征方向。此时，信道估计的 MSE 为

$$\text{MSE}(\boldsymbol{\Phi}^{\text{opt}}) = \frac{1}{M} (\text{Tr}\mathbf{R} - \text{Tr}\boldsymbol{\Psi}) = \frac{\text{Tr}\mathbf{R}}{M} - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^L \frac{\rho_p \lambda_i^2}{\rho_p \lambda_i + 1} \quad (6)$$

其中，有

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_L^2 (\mathbf{A}_L + \rho_p^{-1} \mathbf{I}_L)^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{U}^H \quad (7)$$

其中， \mathbf{A}_L 表示由发射相关阵 \mathbf{R} 的前 L 个特征值所组成的对角阵。从式(6)和式(7)可知，增加导频序列长度 L 对于信道估计的精度总是有利的。由文献[21]可知，强相关信道下，信道能量集中在少数几个特征方向上，因而相对于弱相关信道而言，使用相同的导频长度在强相关信道中可以获得更精确的信道估计。

各用户估计出下行 CSI 后，通过上行反馈信道传递至基站。此处，假设反馈信道条件较好，即处于高发射信噪比，此时的反馈误差相对于信道估计误差是可以忽略不计的^[16]。因此，采用类似文献[16]中的假设，此处考虑无误差和无时延的理想反馈信道，基站可准确获取下行信道估计向量 $\hat{\mathbf{h}}_k$ ，从而将研究重点放在信道估计和数据发送 2 个阶段。

基站获取下行 CSI 后，假设采用大规模 MIMO 系统中复杂度与性能都较好的最大比发送（MRT, maximum ratio transmission）预编码方案，则基站的发射信号向量可以表示为

$$\mathbf{d} = \sqrt{\theta} \widehat{\mathbf{H}} \mathbf{x} \quad (8)$$

其中， $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_K]^T$ 表示基站发送给 K 个用户的有效数据符号，且满足功率归一化 $\mathbb{E}\left\{\|\mathbf{x}\|^2\right\} = \mathbf{I}_K$ ， $\widehat{\mathbf{H}} = [\hat{\mathbf{h}}_1, \hat{\mathbf{h}}_2, \dots, \hat{\mathbf{h}}_K]$ ， θ 表示基站对每用户的发射信号平均功率归一化因子^[9]，即 $\mathbb{E}\left\{\frac{\|\mathbf{d}\|^2}{K}\right\} = 1$ 或

$$\mathbb{E}\left\{\frac{\theta \|\widehat{\mathbf{H}}\|^2}{K}\right\} = 1, \quad \text{由此可得} \quad \theta = \frac{K}{\mathbb{E}\left\{\text{Tr}\left(\widehat{\mathbf{H}}^H \widehat{\mathbf{H}}\right)\right\}} = \frac{1}{\text{Tr}\boldsymbol{\Psi}} \quad (9)$$

由于每个用户独立接收下行信号并进行检测译码，因此，第 k 个用户的接收数据信号为

$$\begin{aligned} y_{d,k} &= \sqrt{\rho_d \theta} \hat{\mathbf{h}}_k^H \widehat{\mathbf{H}} \mathbf{x} + n_{d,k} = \underbrace{\sqrt{\rho_d \theta} \hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k x_k}_{\text{有效信号}} + \\ &\quad \underbrace{\sqrt{\rho_d \theta} \tilde{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k x_k}_{\text{信道估计误差项}} + \underbrace{\sqrt{\rho_d \theta} \sum_{i=1, i \neq k}^K \hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i x_i}_{\text{用户间干扰项}} + \underbrace{n_{d,k}}_{\text{加性白噪声}} \end{aligned} \quad (10)$$

其中， ρ_d 表示基站对用户数据符号的平均发送功率， $n_{d,k} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ 表示加性高斯白噪声。根据最差情况不相干加性噪声理论^[9]，由式(10)可以得到第 k 个用户的遍历速率为

$$\begin{aligned} C_k &= \mathbb{E}\left\{\text{lb}(1 + \gamma_k)\right\} = \\ &\quad \mathbb{E}\left\{\text{lb}\left(1 + \frac{\rho_d \theta \left|\hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k\right|^2}{1 + \rho_d \theta \left|\tilde{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k\right|^2 + \rho_d \theta \sum_{i=1, i \neq k}^K \left|\hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i\right|^2}\right)\right\} \end{aligned} \quad (11)$$

其中， γ_k 为第 k 个用户端的等效接收信噪比。

通过式(7)和式(11)可以看出，导频序列的长度将影响 CSI 的估计精度，进而影响预编码矩阵与实际信道的匹配程度，最终将会反映在系统的频谱效率性能。基站端天线数的大量增加，导频序列长度应该相应增长，然而有限的信道时频资源无法满足这种要求，下面将着重研究导频序列随天线数以不同的增长速率变化时对于系统频谱效率的渐进性能所带来的影响。

3 导频序列长度对传输速率的性能影响及优化

3.1 传输速率渐进性分析

为了分析导频长度随天线数变化对系统遍历

速率的影响, 首先定义参数 $\mu = \frac{L}{M} \in (0, 1]$, 它表示导频序列长度随天线数增长的变化速率, 该参数可理解为归一化导频开销。显然, 本文希望当天线数 M 逐渐增大时, 参数 μ 越小越好, 甚至趋近于 0, 从而可使用较少的导频开销来保证系统性能。

由于涉及渐进性分析, 此处对信道相关矩阵 \mathbf{R} 做如下假设^[9, 22]。

1) \mathbf{R} 具有一致有界谱范数, 即 $0 < \limsup_{M \rightarrow \infty} \|\mathbf{R}\|_s < \infty$ 。

2) \mathbf{R} 的迹与天线数 M 同比例增长, 即 $0 < \liminf_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr} \mathbf{R} < \limsup_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr} \mathbf{R} < \infty$ 。

以上 2 个假设隐含着相关矩阵 \mathbf{R} 的秩满足关系 $0 < \liminf_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{rank}(\mathbf{R}) \leq 1$, 这说明 \mathbf{R} 可以是降秩阵, 但其秩将随天线数的增长而线性增长, 即 $\psi M \leq \text{rank}(\mathbf{R}) \leq M$, 且 $\psi \in (0, 1]$ 。

接下来, 将针对参数 μ 的 3 种情况分别进行讨论, 并由此给出导频序列长度随天线数变化的定量关系, 以满足系统传输速率持续增加。

1) 导频序列长度 L 随天线数 M 以固定比例 μ 等速增长。在此条件下, 导频序列长度将随着天线数趋于无穷大而趋于无穷大。

将式(9)代入式(10), 并将式(10)两端同除以 \sqrt{M} , 可以得到

$$\frac{y_{d,k}}{\sqrt{M}} = \sqrt{\frac{\rho_d M}{\text{Tr} \mathbf{\Psi}}} \frac{\hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{M} x_k + \sqrt{\frac{\rho_d M}{\text{Tr} \mathbf{\Psi}}} \frac{\tilde{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{M} x_k + \sqrt{\frac{\rho_d M}{\text{Tr} \mathbf{\Psi}}} \sum_{i=1, i \neq k}^K \frac{\mathbf{h}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i}{M} x_i + \frac{n_{d,k}}{\sqrt{M}} \quad (12)$$

根据文献[23]中确定性等价引理 1, 当天线数 $M \rightarrow \infty$ 时, 式(12)右侧各项的渐进极限值为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{M} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} \frac{\mu \text{Tr} \mathbf{\Psi}}{L} \\ \frac{\tilde{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{M} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \\ \frac{\mathbf{h}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i}{M} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \\ \frac{n_{d,k}}{\sqrt{M}} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

其中, 式(13)的第 2 个和第 3 个计算式分别利用了信道估计向量与误差向量统计独立以及不同用户的信道向量与信道估计向量相互独立的条件, 而式(13)

的第 4 个计算式则是由于噪声变量是有限值随机变量, 因而, 当 M 趋于无穷大时, 其极限值为 0。进一步地, 利用信道相关矩阵 \mathbf{R} 的谱范数一致有界性条件, 可以得到式(13)的第一个计算式右侧极限值为非零有界常数, 即

$$0 < \frac{\mu \rho_p \lambda_s^2}{1 + \rho_p \lambda_s} \leq \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\mu \text{Tr} \mathbf{\Psi}}{L} \leq \frac{\mu \rho_p \lambda_1^2}{1 + \rho_p \lambda_1} < \infty \quad (14)$$

其中, λ_s 为信道相关矩阵 \mathbf{R} 的最小非零特征值。

结合式(12)~式(14)可以看出, 当导频长度 L 随天线数 M 等比例增加趋于无穷大时, 最终的接收信号中将只存在有效信号项, 而信道估计误差项、用户间干扰项和加性白噪声项都将随之消失, 同时, 有效信号的功率与归一化导频开销系数 μ 有关。由此可以推断出, 当导频长度与天线数等比例增长时, 系统的频谱效率将随天线数增加而趋于无穷大。

2) 令 $L = \sqrt{M}$, 则 $\lim_{M \rightarrow \infty} \mu = 0$ 。该条件意味着导频序列长度随天线数增长的速率降低, 尽管 L 将随 M 增加而趋于无穷大, 但其归一化导频开销将随天线数增加而趋于 0。

将式(9)代入式(10), 并将式(9)两端同除以 $M^{\frac{1}{4}}$, 可以得到

$$\frac{y_{d,k}}{M^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{\frac{\rho_d \sqrt{M}}{\text{Tr} \mathbf{\Psi}}} \frac{\hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{\sqrt{M}} x_k + \sqrt{\frac{\rho_d \sqrt{M}}{\text{Tr} \mathbf{\Psi}}} \frac{\tilde{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{\sqrt{M}} x_k + \sqrt{\frac{\rho_d \sqrt{M}}{\text{Tr} \mathbf{\Psi}}} \sum_{i=1, i \neq k}^K \frac{\mathbf{h}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i}{\sqrt{M}} x_i + \frac{n_{d,k}}{M^{\frac{1}{4}}} \quad (15)$$

同样利用文献[23]引理 1, 并借助于用户间信道向量、估计向量与误差项量的相互独立性, 可以得到式(15)右侧各项当 $M \rightarrow \infty$ 时的极限值为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{\sqrt{M}} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} \frac{\text{Tr} \mathbf{\Psi}}{L} \\ \frac{\tilde{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k}{\sqrt{M}} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \\ \frac{\mathbf{h}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i}{\sqrt{M}} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \\ \frac{n_{d,k}}{M^{\frac{1}{4}}} \xrightarrow[M \rightarrow \infty]{\text{a.s.}} 0 \end{array} \right. \quad (16)$$

从式(16)可以看出, 当天线数无限增加时, 接收信号中的信道估计误差项、用户间干扰项和加性噪声项都将消失, 而最终只留下有效信号项。由此

可以看出，在这种情况下，尽管归一化导频开销随着天线数的增加而趋于 0，但是，随着天线数的逐渐增加，系统的频谱效率将依然可以持续无限增加。与第 1)种情况不同的是，式(16)中第一个计算式有效信号项的功率增加与归一化导频开销系数 μ 没有关系。

结合第 1)种和第 2)种导频序列长度变化条件下的传输速率渐进性能，可以得到关于导频序列长度随天线数增长的设定准则，有如下定理。

定理 1 当导频序列长度 L 与基站天线数 M 满足

$$L=M^{\frac{1}{\alpha}}, \forall \alpha > 0 \quad (17)$$

时，系统的下行遍历速率可随天线数增加而持续增长。

证明过程与式(12)和式(16)类似，此处不再赘述。

值得注意的是，在一个有限的信道相干时长 T_c 内，考虑到信道估计开销时，需要将遍历速率 C_k 乘以时频资源维度损失因子，即 $\left(1 - \frac{L}{T_c}\right)C_k$ 。此时，

若从数学意义上考虑上述 2 种情况的渐进性分析时，它隐含了系统相干时间 T_c 也随着导频长度增加而线性增加这一假设条件，文献[16]中也定义了资源维度占用因子 $\beta = \frac{L}{T_c}$ 。而在实际系统中，上述渐进性结论成立的前提是导频序列长度 L 持续增大，但仍远远小于 T_c 。

3) 固定导频序列长度 L ，只增加基站天线数 M 。这种情况下，归一化导频开销系数 μ 将以更快的速率趋近于 0。

由于 L 固定，此处不能直接采用类似第 1)种和第 2)种的渐进极限分析方法来获得频谱效率的极限性能，而直接通过期望运算对式(11)中的频谱效率进行分析也是十分困难的。但是，借助于大维随机矩阵理论中的确定性等价近似方法，可以得出式(11)中频谱效率的一种有效近似解析表达式，从而分析第 3)种情况下的频谱效率极限性能。关于频谱效率解析表达式有如下定理。

定理 2 当基站采用 MRT 预编码时，第 k 个用户的遍历速率的近似解析表达式为

$$C_k \xrightarrow{a.s.} \bar{C}_k = \text{lb} \left(1 + \frac{|\text{Tr} \Psi|^2}{\text{Tr} \Psi / \rho_d + \text{Tr} \Psi^2 + K \text{Tr}(\mathbf{R} \Psi)} \right) \quad (18)$$

证明 根据文献[23]引理 1，当天线数 $M \rightarrow \infty$

时，可以得到式(11)中 γ_k 的分子分母各项极限表达式为

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{M^2} \left| \hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k \right|^2 - \frac{1}{M^2} |\text{Tr} \Psi|^2 \xrightarrow{a.s.} 0 \\ & \frac{1}{M^2} \left| \tilde{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i \right|^2 - \frac{1}{M^2} \text{Tr}(\mathbf{R} - \Psi) \Psi \xrightarrow{a.s.} 0 \\ & \frac{1}{M^2} \left| \hat{\mathbf{h}}_k^H \hat{\mathbf{h}}_i \right|^2 - \frac{1}{M^2} \text{Tr} \mathbf{R} \Psi \xrightarrow{a.s.} 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

将式(19)中极限值代入式(11)中的接收信噪比表达式，并进行合并计算，可以得到接收信噪比 γ_k 的确定性等价近似表达式为

$$\gamma_k \xrightarrow{a.s.} \bar{\gamma}_k = \frac{|\text{Tr} \Psi|^2}{\text{Tr} \Psi - \text{Tr} \Psi^2 + K \text{Tr}(\mathbf{R} \Psi)} \quad (20)$$

再根据主导收敛和连续映射理论^[9]，可以得到传输速率 C_k 的确定性近似值为

$$C_k \xrightarrow{a.s.} \bar{C}_k = \text{lb} \left(1 + \bar{\gamma}_k \right) \quad (21)$$

证毕。

需要注意的是，定理 2 是在天线数趋于无穷大时得到的遍历速率近似表达式，且其误差也将逐渐趋于 0。但是，该方法可以在给定的有限系统参数下（如天线数、用户数和导频长度等）提供遍历速率的一种精确的近似分析方法^[9,16]，在后续的仿真分析中也可以看到该方法提供的解析表达式具有很好的近似效果。

将式(7)代入式(18)并化简合并，可以得到

$$\bar{C}_k = \text{lb} \left(1 + \frac{\left(\sum_{l=1}^L \frac{\rho_p \lambda_l^2}{\rho_p \lambda_l + 1} \right)^2}{\sum_{l=1}^L \frac{\rho_p \lambda_l^2}{\rho_p \lambda_l + 1} \left(\frac{1}{\rho_p} + \frac{K \rho_p \lambda_l^3 + (K-1) \rho_p^2 \lambda_l^4}{\rho_p \lambda_l + 1} \right)} \right) \quad (22)$$

利用式(22)中分子分母随特征值的单调变化特性，并代入最大特征值 λ_l 与第 L 大特征值 λ_L ，可以得到 \bar{C}_k 的一个上界与下界为

$$\bar{C}_k \leq \text{lb} \left(1 + \frac{L \left(\frac{\rho_p \lambda_l^2}{\rho_p \lambda_l + 1} \right)^2}{\frac{\rho_p \lambda_L^2}{\rho_p \lambda_L + 1} \left(\frac{1}{\rho_p} + \frac{K \rho_p \lambda_L^3 + (K-1) \rho_p^2 \lambda_L^4}{\rho_p \lambda_L + 1} \right)} \right) \quad (23)$$

$$\bar{C}_k \geq \text{lb} \left(1 + \frac{L \left(\frac{\rho_p \lambda_L^2}{\rho_p \lambda_L + 1} \right)^2}{\frac{\rho_p \lambda_L^2}{\rho_p \lambda_L + 1} \left(\frac{1}{\rho_p} + \frac{K \rho_p \lambda_L^3 + (K-1) \rho_p^2 \lambda_L^4}{\rho_p \lambda_L + 1} \right)} \right) \quad (24)$$

从式(22)可以看到, 遍历速率与导频序列长度 L 、导频功率 ρ_p 以及信道相关阵的特征值 λ_l 均有关。由于信道相关矩阵 \mathbf{R} 满足谱范数一致有界性, 当天线数趋于无穷大时, 信道特征值的极限仍是有限值。因此, 当固定导频序列长度而只增加天线数时, 系统的频谱效率将出现平台效应, 趋于一个固定值。

更重要的是, 定理 2 提供的速率闭合表达式对于第 1)种和第 2)种导频序列长度变化情况下的结论也是适用的。从式(22)~式(24)可以看到, 当 L 随 M 增加时, 频谱效率的上界与下界将持续增加, 最终趋于无穷大, 因此, 在第 1)种和第 2)种导频序列变化情况下, 系统的频谱效率将无限增大。

3.2 基于速率最大化的导频长度优化

在 3.1 节中分析了导频序列长度随天线数的不同变化情况对系统速率的渐进极限性能影响。在实际系统中, 由于信道相干时长和相干带宽都是有限的, 因此, 无法持续增加导频长度来保证系统性能。同时, 导频序列本身不携带任何有效信息, 是一种系统开销, 若在一定的信道相干时间内给导频序列分配的时长过长, 则有效数据的发送时间就会相应缩短, 而有效数据的发送才是通信的最终意义和目标。由此可以看出, 对于一定的信道相干时间 T_c , 导频序列所占据的时长与有效数据的发送时长之间存在一个折中。

考虑信道估计导频开销情况下, 系统的下行和速率为

$$C = \sum_{k=1}^K \left(1 - \frac{L}{T_c} \right) \bar{C}_k = K \left(1 - \frac{L}{T_c} \right) \text{lb} \left(1 + \frac{\left(\sum_{l=1}^L \frac{\rho_p \lambda_l^2}{\rho_p \lambda_l + 1} \right)^2}{\sum_{l=1}^L \frac{\rho_p \lambda_l^2}{\rho_p \lambda_l + 1} \left(\frac{1}{\rho_p} + \frac{K \rho_p \lambda_l^3 + (K-1) \rho_p^2 \lambda_l^4}{\rho_p \lambda_l + 1} \right)} \right) \quad (25)$$

因此, 以和速率最大化为目标的导频序列长度优化问题可以建立为

$$L^{\text{opt}} = \arg \max_{0 < L < T_c} C \quad (26)$$

观察式(25)和式(26)可以看出, 由于导频序列长度参量存在于求和号的上限, 在现有的凸优化和整数优化方法都无法对其进行相应的变量松弛或放缩。同时, 在一般普通的信道相关阵条件下, 式(25)中的特征值也不具有任何特殊性, 因此, 该和速率表达式是无法再进行化简的。在此情况下, 可采用遍历搜索的方法求解该优化问题。由于相干时长 T_c 是有限的, 而 L 也是整数变量, 因此系统可采用离线计算。

然而, 在某些特殊的信道相关矩阵和特征值条件下, 通过化简并借助于 Lambert W 函数, 本文可以进一步得到最优导频序列的闭合形式解, 从而观察其解的内部结构与影响要素。下面将着重考虑如下信道相关阵^[9]

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \frac{M}{N} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{U}^H \quad (27)$$

其中, 非零特征值的个数 N 是由无线信道中的散射体数量和环境所决定。通常认为 N 是很大的常数或 N 随着天线数 M 等比例增长^[9], 即 $\eta = \frac{M}{N}$ 且 $\eta \in [1, +\infty)$, 本节将采用后一种假设条件。

从式(27)可以看到, 信道相关矩阵 \mathbf{R} 为退化降秩阵, 且特征值只有 $\frac{M}{N}$ 和 0 这 2 种, 降秩越多则表明信道相关性越强。参数 η 则反映了该信道条件下的相关性强弱程度, η 越小, 信道相关性越弱, 反之则越强。在该相关信道条件下, 式(26)中的优化问题可进一步转化为

$$L^{\text{opt}} = \arg \max_{0 < L < T_c} C = K \left(1 - \frac{L}{T_c} \right) \text{lb} \left(1 + \frac{L}{\frac{\rho_p \eta + 1}{\rho_p \eta} + \frac{K + \rho_p (K-1) \eta^2}{\rho_p \eta}} \right) \quad (28)$$

对于优化问题(28)的求解, 通常要借助于凸优化等工具, 但会产生迭代运算、增加复杂度。此处, 借助于 Lambert W 函数^[24], 其定义为关于变量 w 的方程 $w e^w = \zeta$ ($\zeta \in \mathbb{C}$), 则 w 的解可以表示为 $w = W(\zeta)$, 从而可以得到最优导频序列长度的闭合形式解, 如定理 3 所示。

定理 3 优化问题式(28)中目标函数关于导频序列长度是先增后减的, 并且存在唯一的最优导频序列长度 L^{opt} , 其闭合形式解为

$$L^{\text{opt}} = \left(\frac{\rho_p \eta + 1}{\rho_d \rho_p \eta^2} + \frac{K + \rho_p (K-1) \eta^2}{\rho_p \eta} \right) \cdot \left(e^{W \left(e + \frac{e T_c}{a} \right)} - 1 \right) \quad (29)$$

证明 由于导频序列长度变量 L 为整数变量, 为了便于求解, 先将其松弛为连续变量, 并令式(28)中目标函数 C 对变量 L 求一阶导数, 可以得到

$$C'|_L = -\frac{K}{T_c} \ln \left(1 + \frac{L}{a} \right) + K \left(1 - \frac{L}{T_c} \right) \frac{1}{\ln 2 \left(1 + \frac{L}{a} \right)} \quad (30)$$

$$\text{其中, } a \triangleq \frac{\rho_p \eta + 1}{\rho_d \rho_p \eta^2} + \frac{K + \rho_p (K-1) \eta^2}{\rho_p \eta}.$$

从式(30)可以得到 C 的一阶偏导数在变量 L 边界取值具有如下极限特征

$$\begin{cases} \lim_{L \rightarrow 0} C'|_L > 0 \\ \lim_{L \rightarrow T_c} C'|_L < 0 \end{cases} \quad (31)$$

又因为一阶偏导数 $C'|_L$ 为关于 L 为连续可微函数, 因此, 可以判断出一阶偏导数必有零点, 即最优导频序列值是存在的。令目标函数 C 对 L 求二阶导数, 可以得到

$$C''|_L = -\frac{K}{T_c} \frac{1}{\ln 2 \left(1 + \frac{L}{a} \right)} - \frac{K}{T_c} \frac{1}{\ln 2 \left(1 + \frac{L}{a} \right)^2} - K \left(1 - \frac{L}{T_c} \right) \frac{1}{\ln 2 \left(1 + \frac{L}{a} \right)^2} \quad (32)$$

由此可以得到 $C''|_L < 0$, 即一阶导数 $C'|_L$ 关于 L 单调下降, 导频序列长度最优解的唯一性得证。

下面来求解最优导频序列的闭合形式解, 令 $C'|_L = 0$, 并化简合并可以得到

$$\ln \left(1 + \frac{L}{a} \right) + 1 = \frac{1 + \frac{T_c}{a}}{1 + \frac{L}{a}} \quad (33)$$

令 $v \triangleq \ln \left(1 + \frac{L}{a} \right) + 1$, 可将式(33)化简为

$$v e^v = \left(1 + \frac{T_c}{a} \right) e \quad (34)$$

再利用 Lambert W 函数的定义可以直接得到

$$v = W \left(e + \frac{e T_c}{a} \right) \quad (35)$$

进而利用 $v \triangleq \ln \left(1 + \frac{L}{a} \right) + 1$, 可以得到

$$L^{\text{opt}} = a \left(e^{v-1} - 1 \right) \quad (36)$$

最后将 a 和 v 的表达式代入式(36)即可得到式(29)中的最优导频序列闭式解。证毕。

由于 Lambert W 函数可以查表获得, 因此可大幅降低求解最优导频序列长度的运算复杂度。另外, 值得注意的是, 式(29)求解得出的最优导频序列长度值通常为小数, 根据和速率与导频序列长度的先增后减变化关系可知, 最优导频序列长度存在于距离 L^{opt} 最近的 2 个整数中, 只需比较这 2 个整数的和速率值即可得出。

4 仿真结果与分析

本节将给出不同系统参数和信道相关性条件下, 导频序列长度对系统速率的渐进性能影响和最优导频序列长度性能。为简化仿真并不失一般性, 假设基站到各用户的大尺度衰落因子为 1, 传输过程中受到的加性高斯白噪声功率也归一化。信道相关阵 R 采用 2 种模型。1) 指数衰减型模型, 即第 i 行 j 列元素为 $R_{i,j} = r^{|i-j|}$, $i, j = 1, \dots, M$, 其中, $r \in (0, 1]$ 为信道相关性系数^[22], r 越大表示发送端天线间相关性越强, 反之则越弱。尽管指数衰减型模型相对较为简洁, 但在实际中却能较好地刻画均匀线性天线阵列的空间相关特性^[22]。仿真中强相关信道典型值相关系数 $r = 0.8$, 弱相关信道的典型相关系数 $r = 0.3$ 。2) 相关信道模型为式(27)所示的特殊相关信道模型, 该模型主要用于导频序列长度优化中的仿真。仿真中的蒙特卡罗数值结果是在 5 000 次独立的信道实现下取平均得到。

图 2 和图 3 针对指数衰减型相关信道模型, 给出了不同相关性强度条件下, 不同的导频序列长度变化情况下的系统和速率渐进性能, 此时不考虑导频开销因子 $\left(1 - \frac{L}{T_c} \right)$ 。首先, 可以看

出定理 2 中给出的下行速率解析表达式理论值与蒙特卡洛仿真值具有良好的近似效果, 因此, 采用式(21)的解析表达式进行速率性能分析具有合理性和精确性。其次, 可以看到在第 1)种

和第 2)种导频序列长度增长条件下,系统的速率将持续增加,只是在第 2)种 $\mu \rightarrow 0$ 的条件下,系统和速率增长速度较慢,而在第 3)种固定导频序列长度条件下,系统的和速率将很快出现饱和效应,这些均与本文的理论分析结果一致。最后,通过对比图 2 和图 3 可以看到,当导频序列长度减少时,如 $\mu = \frac{1}{2}$ 降低为 $\mu \rightarrow 0$ 时,强相关信道条件下的和速率衰减量要小于弱相关信道。这主要是因为弱相关信道中信道特征方向上的能量更加分散,因此,较少的导频序列长度不能保证信道估计精度,使下行预编码与实际信道差生了较大的失配,从而降低了系统总体和速率性能。

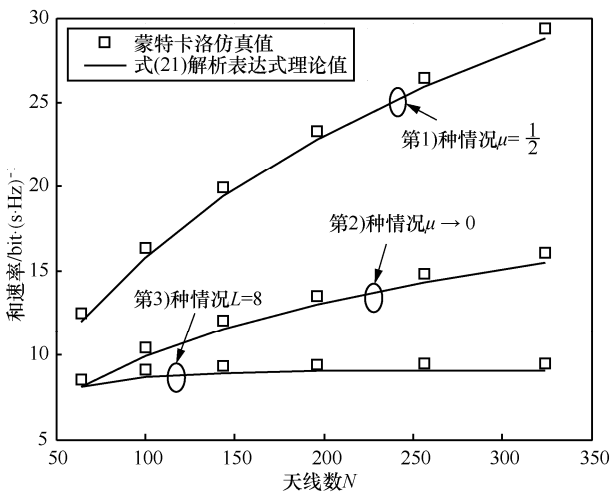


图 2 指数衰减型强相关信道下,导频序列长度随天线数变化时系统的下行速率变化趋势 ($K=10, \rho_d = \rho_p = 10 \text{ dB}, r = 0.8$)

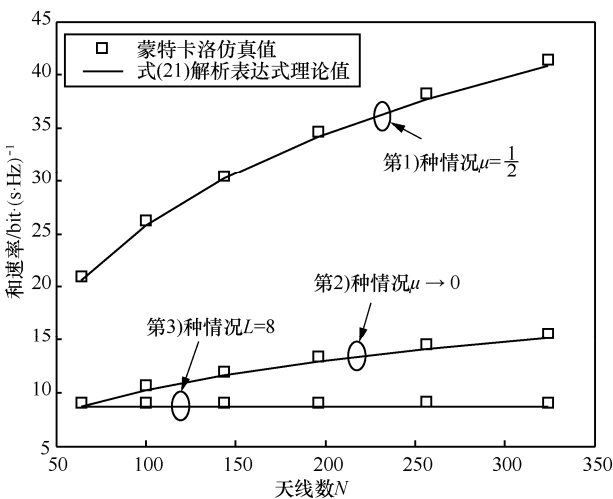


图 3 指数衰减型弱相关信道下,导频序列长度随天线数变化时系统的下行速率变化趋势 ($K=10, \rho_d = \rho_p = 10 \text{ dB}, r = 0.2$)

图 4 给出了指数衰减型相关信道下,考虑信道估计开销 $\left(1 - \frac{L}{T_c}\right)$ 时系统的和速率性能随导频序列长度的变化趋势以及速率最大化目标下的最优导频序列长度。从图 4 可以看出,和速率随导频序列长度呈现先增后减的变化趋势,并通过遍历搜索得到了最优导频序列长度值。对比强弱相关信道可以发现,强相关信道中的最优导频序列长度要小于弱相关信道。这是因为强相关信道中的信道能量集中在较强的特征方向上,因此,采用相对较少的导频序列长度就可以保证信道估计精度,从而留出更多的时间用于数据发送。此外还可以看到,强相关信道下的最大和速率值要小于弱相关信道,这主要是因为强相关信道降低了 MIMO 系统的分集复用增益。

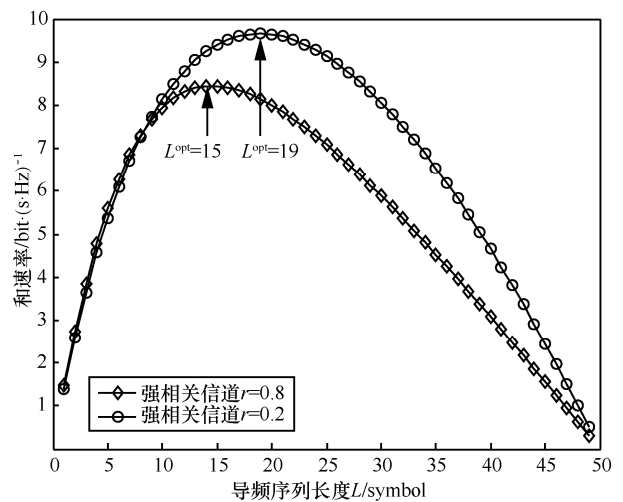


图 4 考虑信道估计开销时,指数衰减型强相关和弱相关信道下,最优导频序列长度的性能对比 ($M=100, T_c=50, K=10, \rho_p = \rho_d = 10 \text{ dB}$)

图 5 针对特殊信道相关阵,给出了不同信道相干时长 T_c 条件下,和速率随导频序列长度的变化趋势。从图 5 可以看出,和速率随着导频序列长度仍然是先增后减的变化趋势,并且存在唯一的最优值,这与定理 3 中所给的结论完全一致。在图 5 中也标出了由闭合表达式(29)计算得到的最优导频序列长度理论值,具有很好的精确性。同时还可以发现,随着 T_c 的增加,系统的和速率性能呈现整体增加趋势,并且相应的最优导频序列值也呈递增趋势。这主要是因为信道相干时间的增加,使可分配给导频序列长度的时长相应增加,从而提升了信道估计的性能,进而增强了系统的和速率。

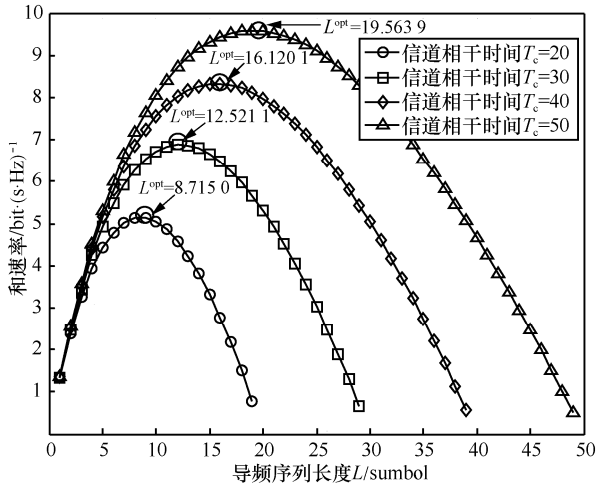


图 5 考虑信道估计开销时, 特殊信道相关阵下, 和速率随信道相干时间的变化及对应的最优导频序列长度 ($M=100, N=80, K=10, \rho_p=\rho_d=10\text{ dB}$)

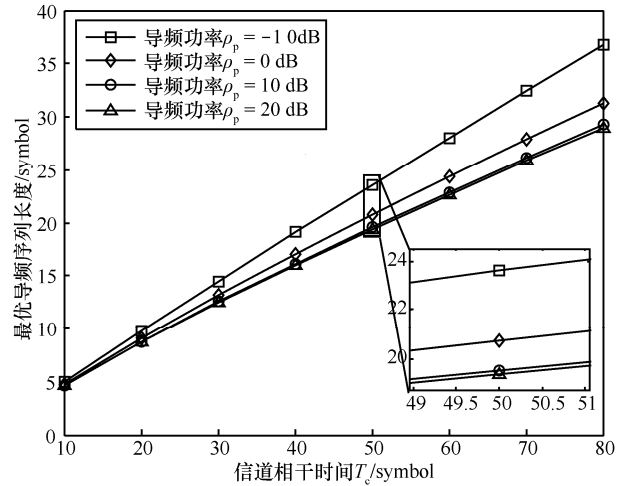


图 6 考虑信道估计开销时, 特殊信道相关阵下, 最优导频序列长度随相干时间的变化趋势 ($M=100, N=80, K=10, \rho_d=10\text{ dB}$)

图 6 在特殊信道相关阵条件下, 给出了不同导频发射功率情况下最优导频序列长度随信道相干时间的变化趋势。一方面可以看到, 随着 T_c 的增加, 最优导频序列长度呈现近似的线性增长特性, 特别是在 T_c 较大的区间。这可以从 Lambert W 函数的区域特性进行说明, 根据文献[24]中引理 4 可知, $e^{W(x)+1} \approx x$, 当 x 取值较大时, 即 $e^{W(x)+1}$ 将随 x 近似线性增长。因此, 对式(29)进行相应的近似可以得到

$$L^{\text{opt}} \approx \left(\frac{\rho_p \eta + 1}{\rho_d \rho_p \eta^2} + \frac{K + \rho_p (K-1) \eta^2}{\rho_p \eta} \right) \left(1 + \frac{T_c}{\frac{\rho_p \eta + 1}{\rho_d \rho_p \eta^2} + \frac{K + \rho_p (K-1) \eta^2}{\rho_p \eta}} - 1 \right) \quad (37)$$

由此可以看到, 随着信道相干时间 T_c 的增加, 最优导频序列长度将近似线性增长。另一方面, 随着导频发射功率的增加, 所需要的最优导频序列长度值呈现递减趋势, 并且递减量逐步缩小, 而在导频功率增大到一定程度后, 最优导频序列长度值将趋于稳定。这一结论可以从式(29)在 $\rho_p \rightarrow \infty$ 的极限值中推导得出, 即

$$\lim_{\rho_p \rightarrow \infty} L^{\text{opt}} = \left(\frac{1}{\rho_d \eta} + (K-1) \eta \right) \left(e^{W \left(e + \frac{e T_c}{\rho_d \eta + (K-1) \eta} \right) - 1} - 1 \right) \quad (38)$$

从式(38)可以看出, 最优导频序列长度的极限值将不再与导频发射功率 ρ_p 有关。

5 结束语

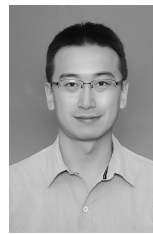
本文针对多用户大规模 MIMO FDD 下行系统, 分析了在基站采用 MRT 预编码方案, 导频序列长度随天线数以不同增长速率变化时, 系统下行速率的渐进极限性能。通过分析发现: 1)若只增加天线数而固定导频序列长度, 系统速率将出现饱和和效应; 2)尽管归一化导频开销逐渐趋近于 0, 通过增加天线数, 仍然可以保证系统速率持续增大。同时, 给出了满足系统速率持续增长要求下的导频序列长度与天线数定量关系式。进一步地, 考虑有限的信道相干时间, 以最大化系统和速率为目标, 对导频序列时长和有效数据时长进行了资源分配。并在特殊相关信道模型下, 推导出了最优导频序列长度的解析形式解。数值仿真结果与本文所推导的结论完全一致, 并且通过仿真看到最优导频序列长度的闭式解具有很好的精确性。

参考文献:

- [1] ANDREWS J G, BUZZI S, CHOI W, et al. What will 5G be?[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2014, 32(6): 1065-1082.
- [2] GUEY J C, LIAO P K, CHEN Y S, et al. On 5G radio access architecture and technology [J]. IEEE Wireless Communications, 2015, 22(5): 2-5.
- [3] 尤肖虎, 潘志文, 高西奇, 等. 5G 移动通信发展趋势与若干关键技术[J]. 中国科学: 信息科学. 2014, 5 (16): 551-563
YOU X H, PAN Z W, GAO X Q, et al. The 5G mobile communication: The development trends and its emerging key techniques[J]. Science China Information Sciences, 2014, 5 (16): 551-563.
- [4] 张平, 陶运铮, 张治. 5G 若干关键技术评述[J]. 通信学报, 2016, 37(7): 15-29.

- ZHANG P, TAO Y Z, ZHANG Y. Survey of several key technologies for 5G[J]. Journal on Communications, 2016, 37(7): 15-29.
- [5] AGIWAL M, ROY A, SAXENA N. Next generation 5G wireless networks: a comprehensive survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016, 18(3): 1617-1655.
- [6] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas [J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2010, 9(11): 3590-3600.
- [7] BOCCARDI F, HEATH R W, LOZANO A, et al. Five disruptive technology directions for 5G [J]. IEEE Communication Magazine, 2014, 52(2): 74-80.
- [8] LARSSON E, EDFORS O, TUFVESSON F, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems [J]. IEEE Communication Magazine, 2014, 52(2): 186-195.
- [9] HOYDIS J, BRINK S T, DEBBAH M. Massive MIMO in the UL/DL on cellular networks: how many antennas do we need? [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(2): 160-171.
- [10] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(4): 1436-1449.
- [11] 李菊芳, 赵睿, 江彬, 等. 基于大规模天线的多用户 MISO 下行链路频谱效率分析[J]. 通信学报, 2014, 35(2): 125-136.
LI J F, ZHAO R, JIANG B, et al. Analysis of spectral efficiency on multiuser MISO downlink based on large-scale antennas[J]. Journal on Communications, 2014, 35(2): 125-136.
- [12] 胡莹, 冀保峰, 黄永明, 等. 基于上行多用户大规模 MIMO 系统能效优化算法[J]. 通信学报, 2015, 36(1): 1-7.
HU Y, JI B F, HUANG Y M, et al. Energy-efficient optimal algorithm based on uplink multi-user very large MIMO system[J]. Journal on Communications, 2015, 36(1): 1-7.
- [13] CHAN P W C, LO E S, WANG R R, et al. The evolution path of 4G networks: FDD or TDD?[J]. IEEE Communications Magazine, 2006, 44(12): 42-50.
- [14] CHEN J, LAU V K N. Two-tier precoding for FDD multi-cell massive MIMO time-varying interference networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2014, 32(6): 1230-1238.
- [15] XU Y, YUE G, MAO S. User grouping for massive MIMO in FDD systems: New design methods and analysis[J]. IEEE Access, 2014, 2: 947-959.
- [16] ADHIKARY A, NAM J, AHN J Y, et al. Joint spatial division and multiplexing: the large-scale array regime [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(10): 6441-6463.
- [17] DAI L, GAO Z, WANG Z. Joint channel estimation and feedback with low overhead for FDD massive MIMO systems[C]// 2015 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC). 2015: 1-6.
- [18] WANG D, WANG X, YANG X, et al. Design of downlink training sequences for FDD massive MIMO systems[C]//2015 IEEE International Conference on Communications. 2015: 4570-4575.
- [19] SO J, KIM D, LEE Y, et al. Pilot signal design for massive MIMO systems: a received signal-to-noise-ratio-based approach[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(5): 549-553.
- [20] ZHAO P, WANG Z, SUN C. Angular domain pilot design and channel estimation for FDD massive MIMO networks[C]//2017 IEEE International Conference on Communications (ICC). 2017: 1-6.
- [21] WANG Y, LI C, HUANG Y, et al. Energy-efficient optimization for downlink massive MIMO FDD systems with transmit-side channel correlation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(9): 7228-7243.
- [22] BJÖRNSON E, HOYDIS J, KOUNTOURIS M, et al. Massive MIMO systems with non-ideal hardware: Energy efficiency, estimation, and capacity limits [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60 (11): 7112-7139.
- [23] TRUONG K T, HEATH R W. Effects of channel aging in massive MIMO systems [J]. Journal of Communications and Networks, 2013, 15(4): 338-351.
- [24] BJÖRNSON E, SANGUINETTI L, HOYDIS J, et al. Optimal design of energy-efficient multi-user MIMO systems: is massive MIMO the answer?[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(6): 3059-3075.

作者简介:



王毅 (1984-), 男, 河南三门峡人, 博士, 郑州航空工业管理学院讲师, 主要研究方向为大规模 MIMO、能效通信、无人机辅助通信、物理层安全技术等。

马鹏阁 (1976-), 男, 河南南阳人, 博士, 郑州航空工业管理学院教授、硕士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理、激光测距和无人机数据链等。

黄开枝 (1973-), 女, 安徽滁州人, 博士, 国家数字交换系统工程技术研究中心教授、博士生导师, 主要研究方向为无线物理层安全、移动通信网络与信息安全等。

李春国 (1983-), 男, 山东胶州人, 博士, 东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为多天线中继传输技术、短距离宽带极高速无线传输技术等。

黄永明 (1977-), 男, 江苏吴江人, 博士, 东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为 MIMO 通信信号处理、毫米波通信和新型多址接入技术等。

杨绿溪 (1964-), 男, 安徽桐城人, 博士, 东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信空时信号处理、协作通信和网络编码等。